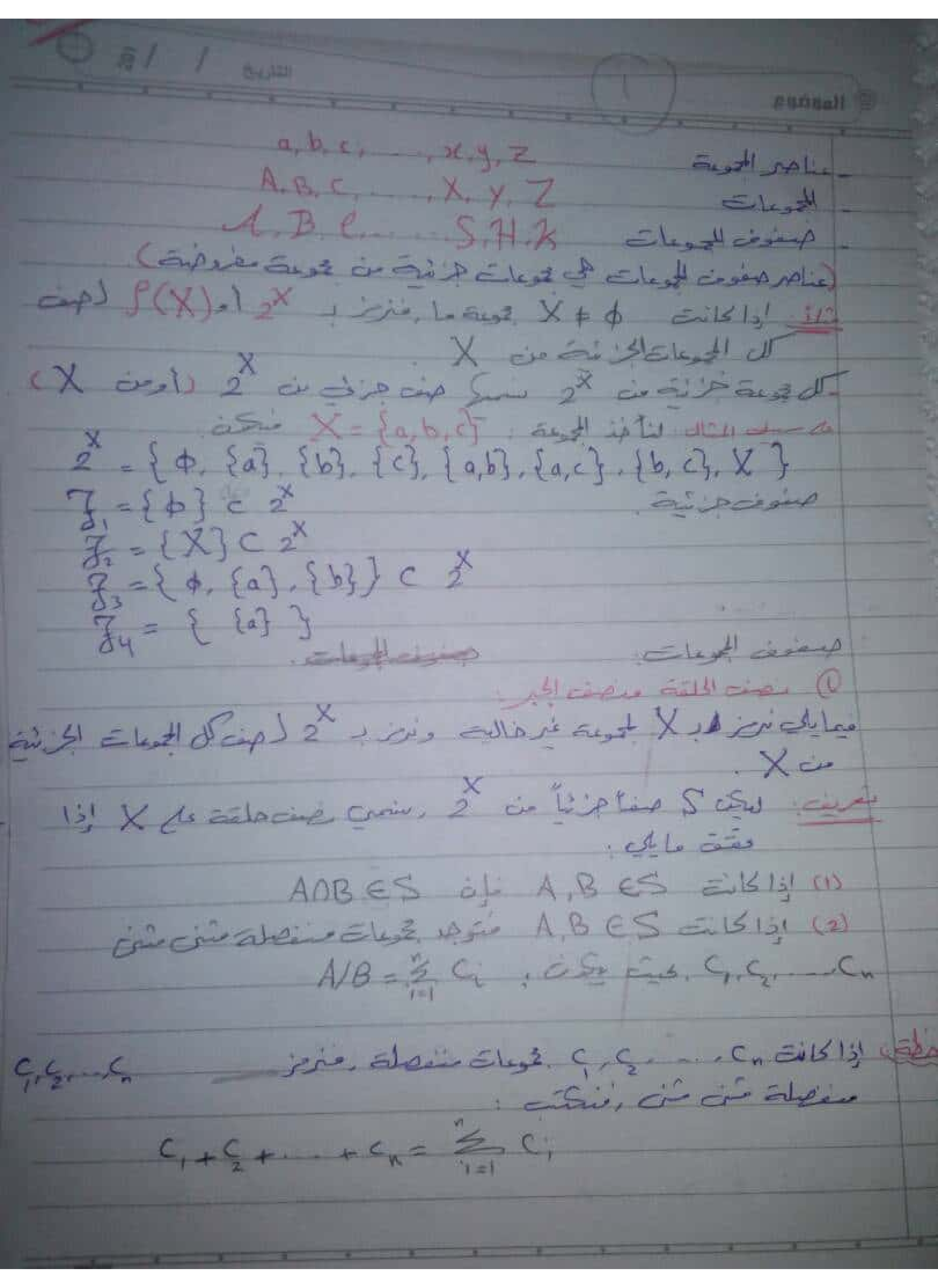


- عناصر المجموعة $a, b, c, \dots, x, y, z$
- المجموعات $A, B, C, \dots, X, Y, Z$
- صفوف المجموعات $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \dots, \mathcal{S}, \mathcal{H}, \mathcal{K}$

(عناصر صفوف المجموعات هي مجموعات جزئية من مجموعة مفروضة)

تعريف: إذا كانت $X \neq \phi$ مجموعة ما، فنرمز بـ 2^X أو $P(X)$ لصف كل المجموعات الجزئية من X.

- كل مجموعة جزئية من 2^X يسمى صف جزئي من 2^X (أو من X)

مثال: لنأخذ المجموعة $X = \{a, b, c\}$ فيكون

$$2^X = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, X\}$$

صفوف جزئية

$$\mathcal{F}_1 = \{\phi\} \subset 2^X$$
$$\mathcal{F}_2 = \{X\} \subset 2^X$$
$$\mathcal{F}_3 = \{\phi, \{a\}, \{b\}\} \subset 2^X$$
$$\mathcal{F}_4 = \{\{a\}\}$$

صفوف المجموعات:

① صف الحلقة وصف الجبر

فيما يلي نرمز بـ X لمجموعة غير خالية ونرمز بـ 2^X لصف كل المجموعات الجزئية من X.

تعريف: ليكن $\mathcal{S}$ صفاً جزئياً من 2^X، يسمى صف حلقة على X إذا حقق ما يلي:

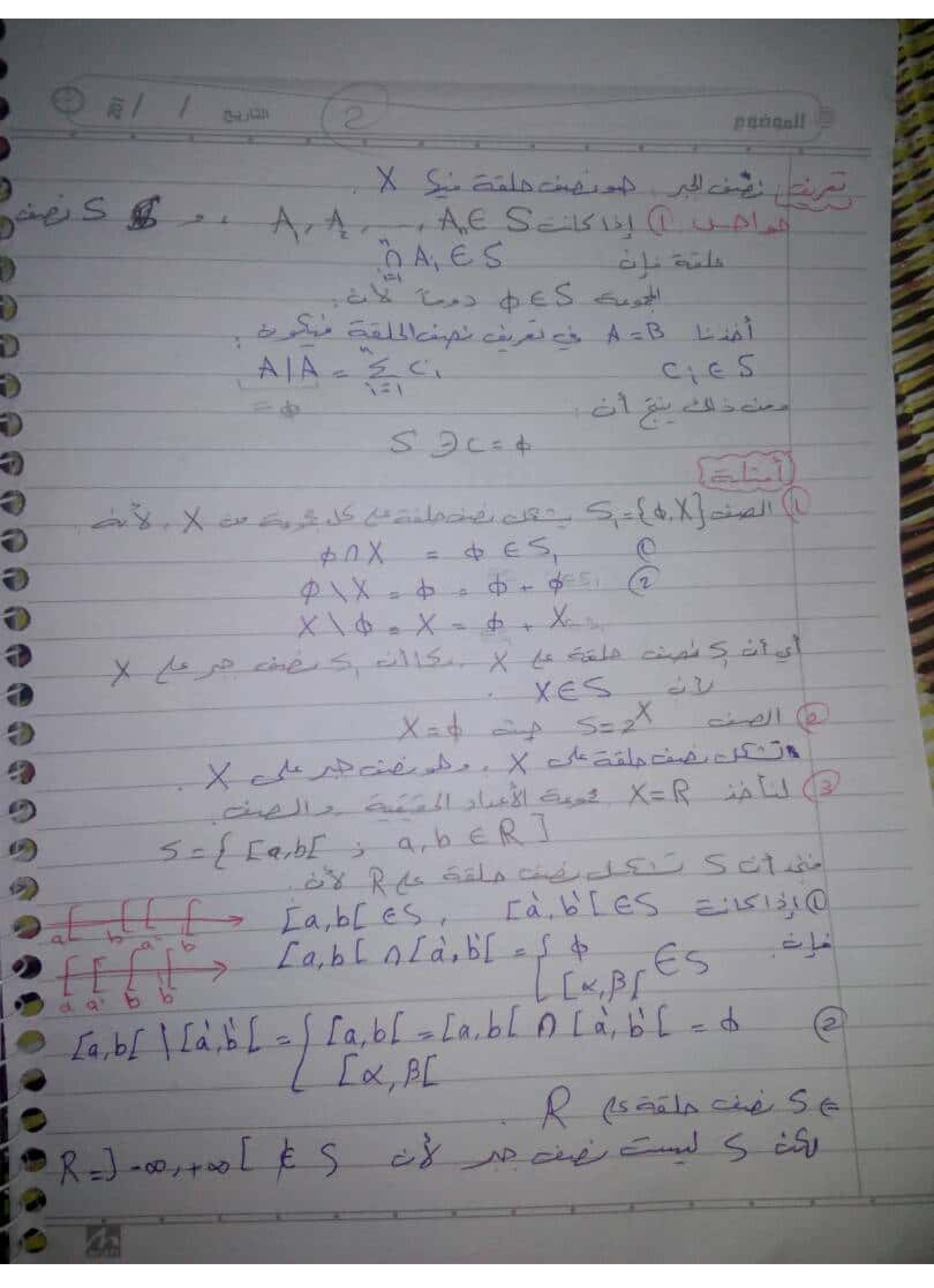
(1) إذا كانت $A, B \in \mathcal{S}$ فإن $A \cap B \in \mathcal{S}$

(2) إذا كانت $A, B \in \mathcal{S}$ فتوجد مجموعات منفصلة مثنى مثنى $C_1, C_2, \dots, C_n$ بحيث يكون: $A/B = \sum_{i=1}^{n} C_i$

ملاحظة: إذا كانت $C_1, C_2, \dots, C_n$ مجموعات منفصلة، فنرمز $C_1, C_2, \dots, C_n$ منفصلة مثنى مثنى، فنكتب:

$$C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Scanned by CamScanner



تعريف: نصف الجبر: هو نصف حلقة على X .

خواص: ① إذا كانت $A_1, A_2, \ldots, A_n \in S$ و S نصف حلقة فإن $\bigcap_{i=1}^{n} A_i \in S$

المجموعة $\phi \in S$ دوماً لأن:

أخذنا $A = B$ في تعريف نصف الحلقة فيكون:

$A \setminus A = \sum_{i=1}^{1} C_i = \phi$ ، $C_i \in S$

ومن ذلك ينتج أن:

$S \ni C = \phi$

أمثلة

① الصف $S_1 = \{\phi, X\}$ يشكل نصف حلقة على كل مجموعة من X ، لأن:

① $\phi \cap X = \phi \in S_1$

② $\phi \setminus X = \phi = \phi + \phi$

$X \setminus \phi = X = \phi + X$

أي أن S_1 نصف حلقة على X ، وكذلك S_1 نصف جبر على X لأن $X \in S$.

② الصف $S = 2^X$ حيث $X \neq \phi$

تشكل نصف حلقة على X ، وهو نصف جبر على X .

③ لنأخذ $X = R$ مجموعة الأعداد الحقيقية والصف

$S = \{ [a,b[\; ; \; a,b \in R \}$

فإن S تشكل نصف حلقة على R لأن:

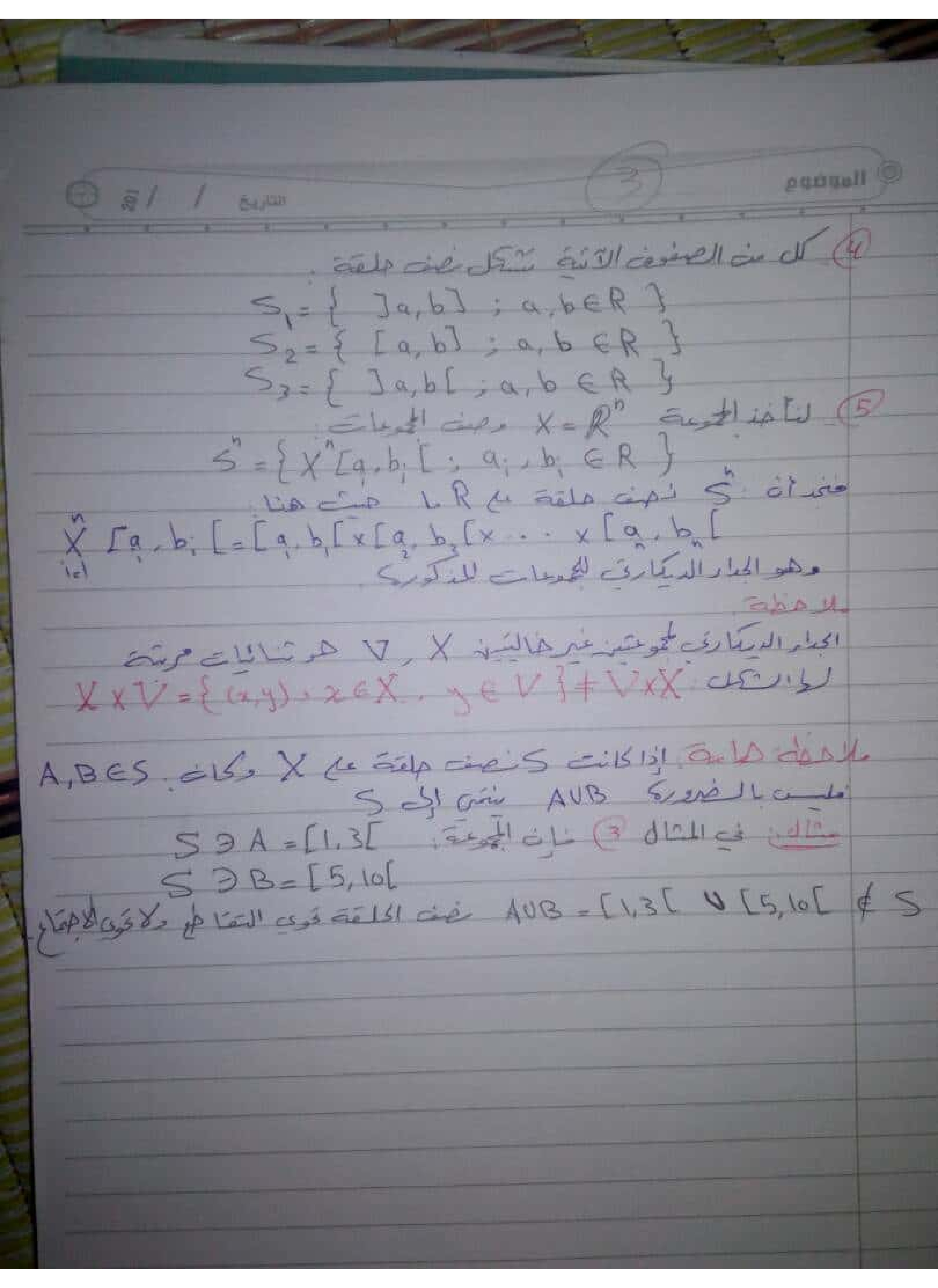
① إذا كانت $[a,b[\in S$ ، $[a',b'[\in S$

فإن: $[a,b[\cap [a',b'[= \begin{cases} \phi \\ [\alpha,\beta[\end{cases} \in S$

② $[a,b[\setminus [a',b'[= \begin{cases} [a,b[= [a,b[\cap [a',b'[= \phi \\ [\alpha,\beta[\end{cases}$

$\Leftarrow$ S نصف حلقة على R .

لكن S ليست نصف جبر لأن $R =]-\infty,+\infty[\notin S$



④ كل من الصفوف الآتية تشكل نصف حلقة.

$S_1 = \{ \,]a,b] \; ; \; a,b \in R \}$

$S_2 = \{ \, [a,b] \; ; \; a,b \in R \}$

$S_3 = \{ \,]a,b[\; ; \; a,b \in R \}$

⑤ لنأخذ المجموعة $X = R^n$ وصف المجموعات

$S^n = \{ X^n [a_i , b_i[\; ; \; a_i , b_i \in R \}$

نجد أن S^n نصف حلقة مع R بما حيث هنا

$\overset{n}{\underset{i=1}{X}} [a_i , b_i[= [a_1 , b_1[\times [a_2 , b_2[\times \cdots \times [a_n , b_n[$

وهو الجداء الديكارتي للمجموعات المذكورة.

ملاحظة

الجداء الديكارتي لمجموعتين غير خاليتين X , V هو ثنائيات مرتبة لها الشكل

$X \times V = \{ (x,y) \; ; \; x \in X \, , \, y \in V \} \neq V \times X$

ملاحظة هامة: إذا كانت S نصف حلقة على X وكان $A,B \in S$ فليس بالضرورة $A \cup B$ ينتمي إلى S

مثال: في المثال ③ نأخذ المجموعة $S \ni A = [1,3[$

$S \ni B = [5,10[$

$A \cup B = [1,3[\cup [5,10[\notin S$ نصف الحلقة تحوي التقاطع ولا تحوي الاجتماع.